Демонстрационный вариант
контрольно-измерительного материала для
промежуточной аттестации в форме контрольной работы в 7 классе МБОУ
«Старосаврушская ООШ» Аксубаевского муниципального района РТ
по геометрии

Информация для учеников и родителей: По прохождении каждой темы предусмотрена контрольная работа, состоящая из заданий трех уровней сложности, которые определяются или учителем, или самим учащимся (при этом число экземпляров вариантов должно быть достаточным). Разумеется, учащиеся должны знать о различной сложности вариантов и критериях оценки контрольной работы. Представленная работа составлена в 6 вариантах (варианты 1, 2 — самые простые, варианты 3, 4 — немного сложнее и варианты 5, 6 — самые сложные). При этом сложность вариантов нарастает не очень резко. Каждый вариант содержит 3 задачи примерно одинаковой сложности и одну дополнительную задачу № 4 со «звёздочкой», которая не является обязательной. Рекомендуемые критерии оценивания: «5» — решены три задачи из 4-х, «4» — решены 2 задачи, «3» — решена одна задача, «2» — не решена ни одна задача.

Уровень 1 (легкий)

Вариант 1 (задания)

1. Дано: BO = DO, ∠ABC = 45°, ∠BCD = 55°, ∠AOC = 100° (рис. 5.89). Найти: ∠D. Доказать: △ABO = △CDO.
2. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC угол B равен 42°. Найти: Два других угла треугольника ABC.
3. Точки B и D лежат в разных полуплоскостях относительно прямой AC. Треугольники ABC и ADC — равносторонние. Доказать: AB || CD.
4. * Дано: ∠EPM = 90°, ∠MEP = 30°, ME = 10 см (рис. 5.90).
   а) Между какими целыми числами заключена длина отрезка EP?
   б) Найдите длину медианы PD.

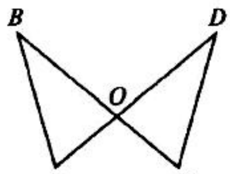


Рис. 5.89

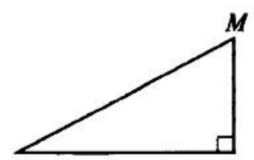


Рис. 5.90

ОТВЕТЫ на Вариант 1

№ 1. Дано: BO = DO, ∠ABC = 45°, ∠BCD = 55°, ∠AOC = 100° (рис. 5.89). Найти: ∠D. Доказать: △ABO = △CDO.

ОТВЕТ: ∠D = 45°.

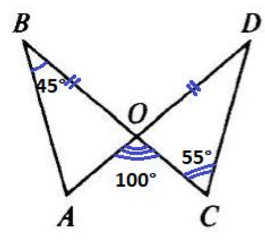


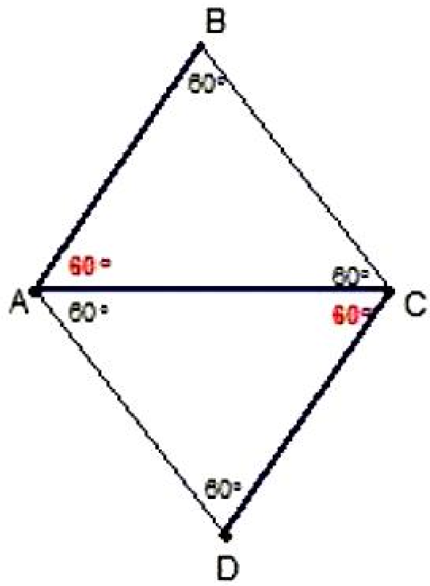
Рис. 5.89

Решение и доказательство: 1) Прямые BC и AD пересекаются в точке O. Следовательно, ∠BOC – развернутый и равен 180° и ∠DOA – развернутый и равен 180°.

2) ∠AOC = 100° ⇒ ∠DOC = 80° (смежный) и ∠BOA = 80° (смежный).
3) из суммы углов треугольника в ΔDOC: ∠ODC = 180° – ∠BCD – ∠DOC = 180° – 55° – 80° = 45° (∠D).
4) 4) BO = OD (по условию), ∠ABO = ∠ODC, ∠DOC = 80° ∠BOA => △ABO = △CDO по стороне и двум прилежащим к ней углам (2–й признак равенства △).

№ 2. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC угол B равен 42°. Найти: Два других угла треугольника ABC.
ОТВЕТ: ∠A = 69°, ∠C = 69°.
Решение. Свойство равнобедренного треугольника: углы при основании равны. Так как основание AC, то углы при основании A и C. Сумма углов треугольника равна 180°. Следовательно, ∠A = ∠C = (180° – 42°) : 2 = 138° : 2 = 69°.

№ 3. Точки B и D лежат в разных полуплоскостях относительно прямой AC. Треугольники ABC и ADC – равносторонние.
Доказать: AB || CD.
Подсказка: △ABC = △ADC по 3 признаку. AC — секущая => ∠BAC = ∠ACD (накрестлежащие) => AB || CD.



№ 4. * Дано: ∠EPM = 90°, ∠MEP = 30°, ME = 10 см (рис. 5.90). а) Между какими целыми числами заключена длина отрезка EP? б) Найдите длину медианы PD.
ОТВЕТЫ: а) между 8 и 9; б) PD = 5 см.

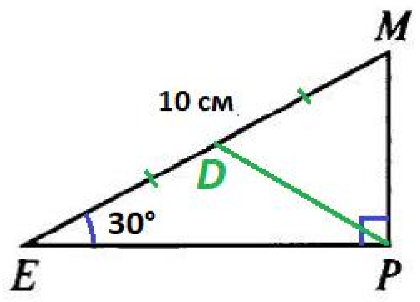


Рис. 5.90

Уровень 2 (средний).

Задания

1. Дано: $\angle B = \angle C = 90°$, $\angle ADC = 50°$, $\angle ADB = 40°$ (рис. 5.93). Доказать: $\triangle ABD = \triangle DCA$.
2. В равнобедренном треугольнике угол между боковыми сторонами в три раза больше угла при основании. Найдите углы треугольника.
3. Параллельные прямые a и b пересечены двумя параллельными секущими AB и CD, причем точки A и C лежат на прямой a, а точки B и D — на прямой b. Доказать: AC = BD.
4. * Дано: AB = BC, BT = 4 см (рис. 5.94).
   а) Между какими целыми числами заключена длина отрезка AC?
   б) Найдите сумму длин отрезков, соединяющих точку T с серединами сторон AB и BC.

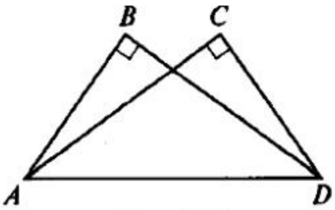


Рис. 5.93

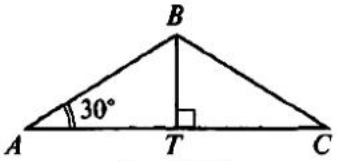


Рис. 5.94

ОТВЕТЫ

№ 1. Дано: $\angle B = \angle C = 90°$, $\angle ADC = 50°$, $\angle ADB = 40°$ (рис. 5.93). Доказать: $\triangle ABD = \triangle DCA$.

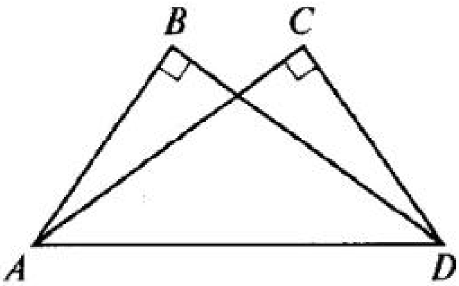


Рис. 5.93

ОТВЕТ: Сумма острых углов прямоугольного треугольника равна 90°. в $\triangle DCA$: $\angle ACD = 90°$, $\angle ADC = 50°$, $\Rightarrow$ $\angle CAD = 90° – 50° = 40°$ В прямоугольных треугольниках ABD и DCA общая гипотенуза AD и одинаковые острые углы ($\angle CAD = \angle ADB = 40°$), $\Rightarrow$ $\triangle ABD = \triangle DCA$ по гипотенузе и острому углу, что и требовалось доказать.

№ 2. В равнобедренном треугольнике угол между боковыми сторонами в три раза больше угла при основании. Найдите углы треугольника.
ОТВЕТ: углы треугольника равны 36°, 36° и 108°.
Решение: В равнобедренном треугольнике углы при основании равны. А сумма углов треугольника равна 180°. Будем решать алгебраическим способом. Для удобства, назовем треугольник ABC, а бОльшим будем угол A.
Пусть угол B = x. Тогда угол C = x, а угол A равен 3x (в три раза больше). Их сумма равна x+x+3x. А по теореме суммы углов треугольника 180°. Составим уравнение: x + x + 3x = 180. Решив уравнение, получим: x = 36.
Значит, угол B (при основании) равен 36°, угол C (тоже при основании) равен 36°, а угол A = 36 • 3 = 108°.

№ 3. Параллельные прямые a и b пересечены двумя параллельными секущими AB и CD, причем точки A и C лежат на прямой a, а точки B и D – на прямой b. Доказать: AC = BD.
ОТВЕТ: 1) Проведем диагональ BC и докажем, что $\triangle ABC = \triangle BCD$.
2) BC – общая сторона $\triangle ABC$ и $\triangle BCD$.

3) 3) Так как a параллельно b, значит накрест лежащие углы равны: $\angle ABC = \angle BCD$ и $\angle ACB = \angle CBD$.
4) 4) значит $\triangle ABC = \triangle BCD$ по стороне и прилежащим углам (2-й признак рав-ва $\triangle$). Следовательно, AC = BD, что и требовалось доказать.

№ 4. * Дано: AB = BC, BT = 4 см (рис. 5.94).
а) Между какими целыми числами заключена длина отрезка AC?
б) Найдите сумму длин отрезков, соединяющих точку T с серединами сторон AB и BC.

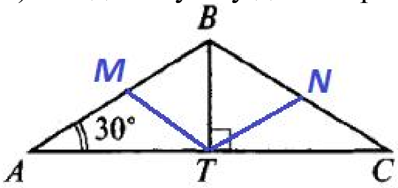


Рис. 5.94

ОТВЕТ:
а) между числами 13 и 14;
б) сумма длин = 8 см.
Решение: а) Катет, который лежит против угла 30° в прямоугольном треугольнике, равен половине гипотенузы (по свойству прямоугольного треугольника о малом катете). Следовательно, в $\triangle ABT$: AB = 2 • BT = 2 • 4 = 8 (см). AB = BC (по условию) => BC = AB = 8 (см). По свойству прямоугольного треугольника: катет прямоугольного треугольника, лежащий напротив угла в 60°, равен малому катету этого треугольника, умноженному на $\sqrt{3}$. Следовательно, в $\triangle ABT$: $AT = BT \cdot \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$ (см); в $\triangle BTC$: $TC = BT \cdot \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$ (см). Отсюда $AC = AT + TC = 8\sqrt{3}$ или ≈13,86.
Решение: б) По свойству прямоугольного треугольника: медиана, проведенная к гипотенузе, равна половине гипотенузы.
Следовательно, в $\triangle ABT$: MT = AB : 2 = 8 : 2 = 4 (см); в $\triangle BTC$: TN = BC : 2 = 8 : 2 = 4 (см). Отсюда (MT + TN) = 4 + 4 = 8 (см).